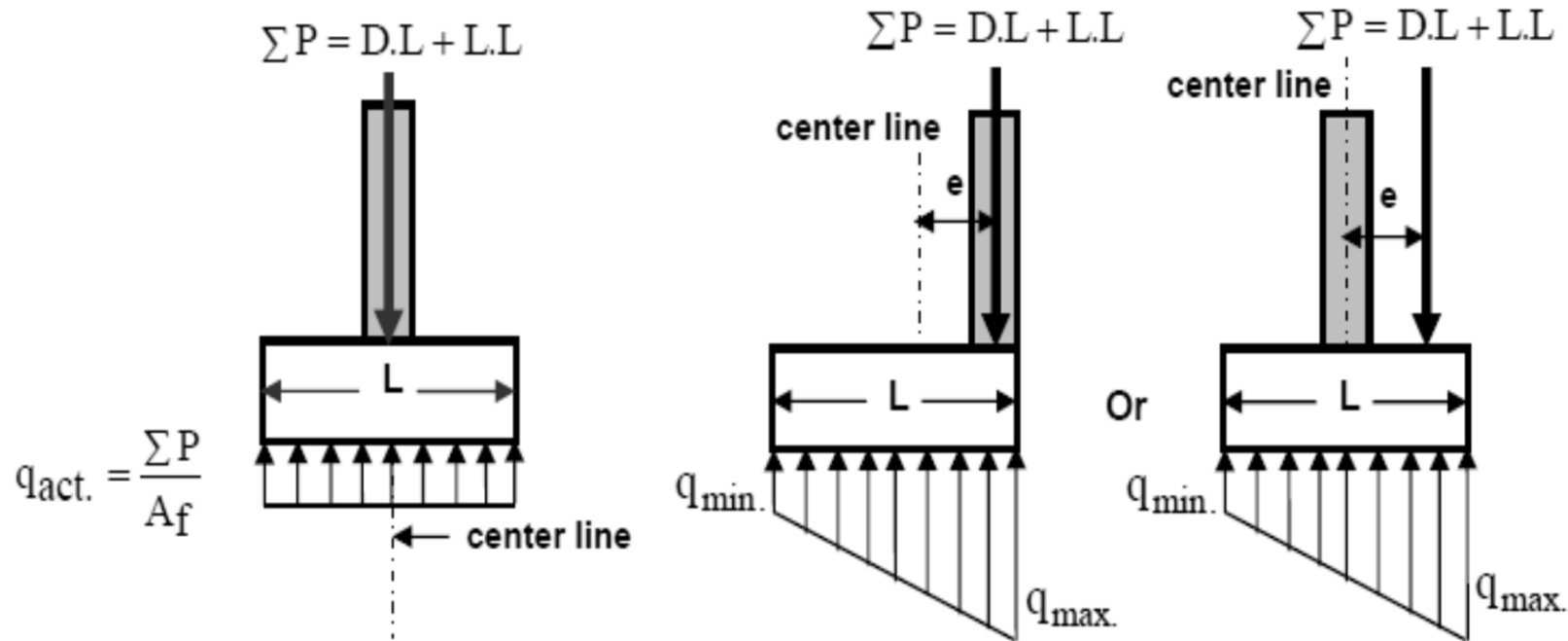




Foundation Engineering
2021-2022
(6) المحاضرة السادسة
“Isolated Footing
الأساس المنفرد”

Dr. Maiasa Mlhem

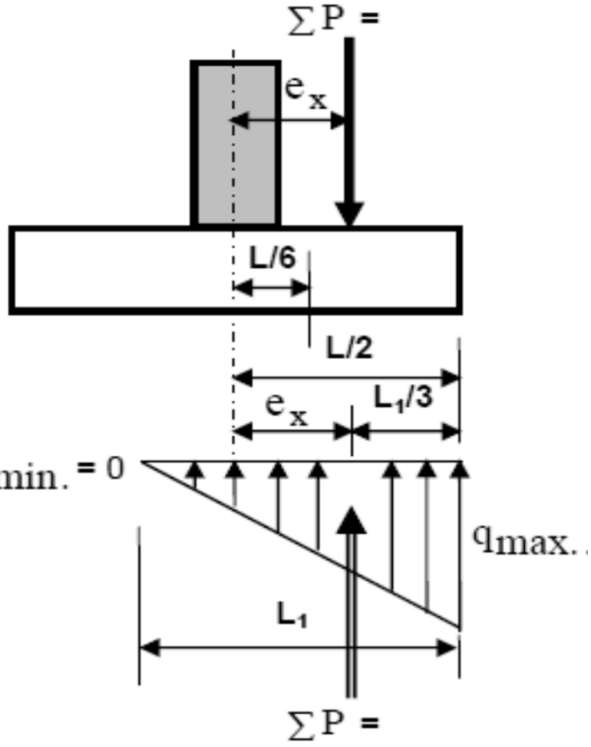
توزيع ضغط التربة تحت الأساسات



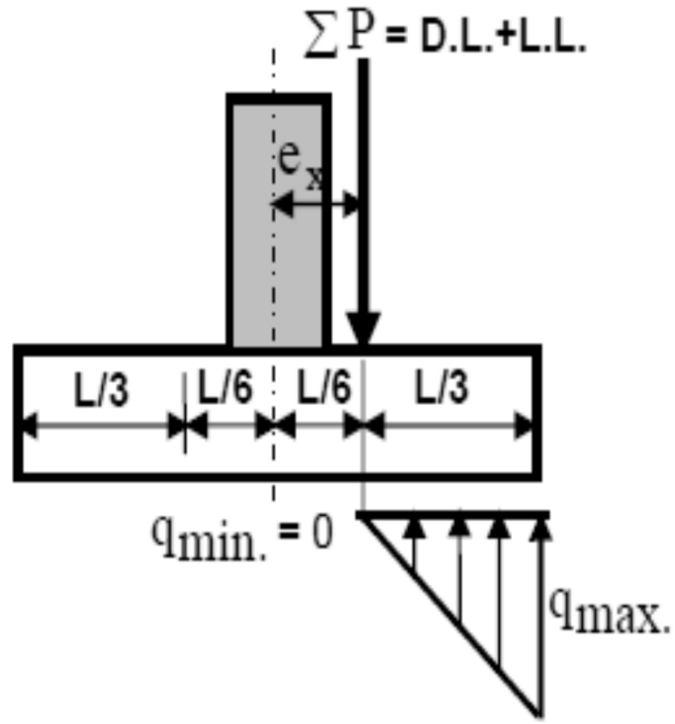
(a) Concentric load

(b) Eccentric load

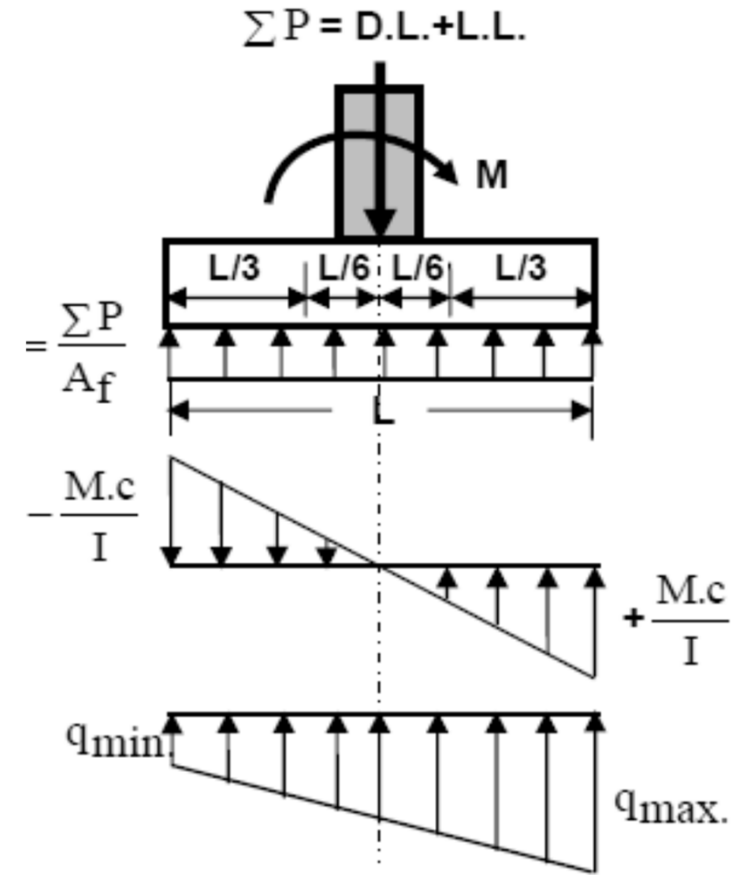
$$q = \frac{P}{A} \pm \frac{M^* y}{I} \quad (5-4)$$



$$e_x > L/6$$



$$e_x = L/6$$



$$e_x < L/6$$

طرق التصميم:

• الأولى هي طريقة الاجهاد المسموح:

• حيث يتم تصميم الأساس باعتبار أن الاجهادات المسموحة المتواجدة في التربة لحمولات غير مصعدة. للأساس المنفرد المحمل مركزيا

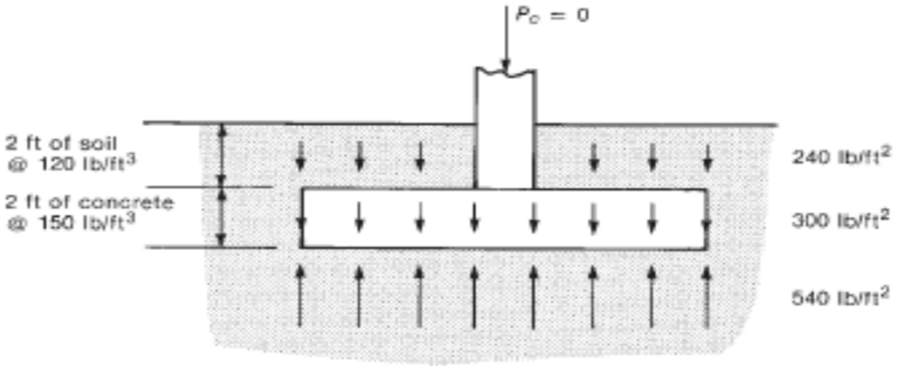
$$\sum P_s \leq q_a * A$$

• الثانية: الطريقة الحدية

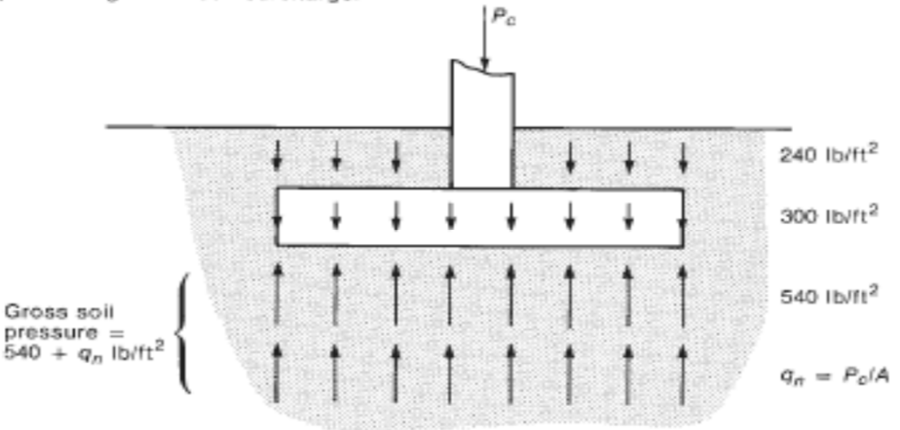
• تعتمد على الحمولات المصعدة والمقاومة المصعدة التي تعطى بالعلاقة:

$$\phi * R_n \geq \sum \alpha * P_s$$

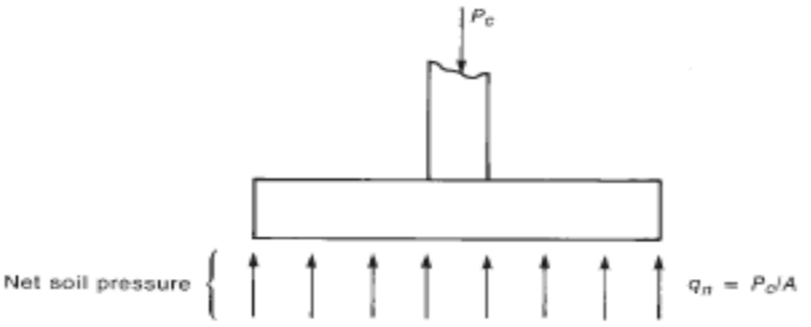
ضغط التربة الكلي والصافي



(a) Self-weight and soil surcharge.

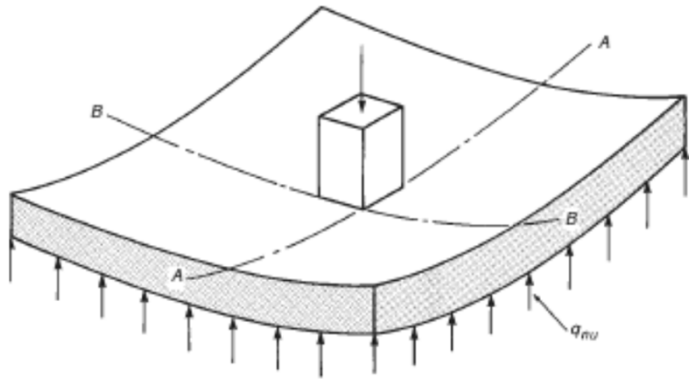


(b) Gross soil pressure.

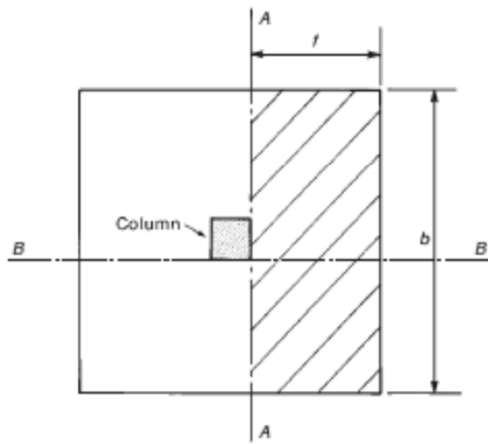


(c) Net soil pressure.

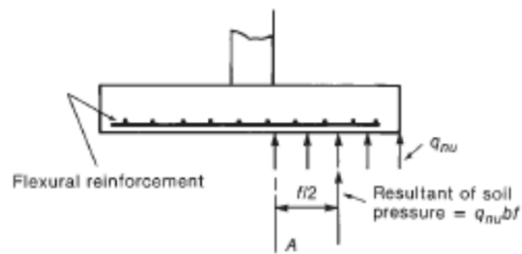
المقاطع الخرجية:



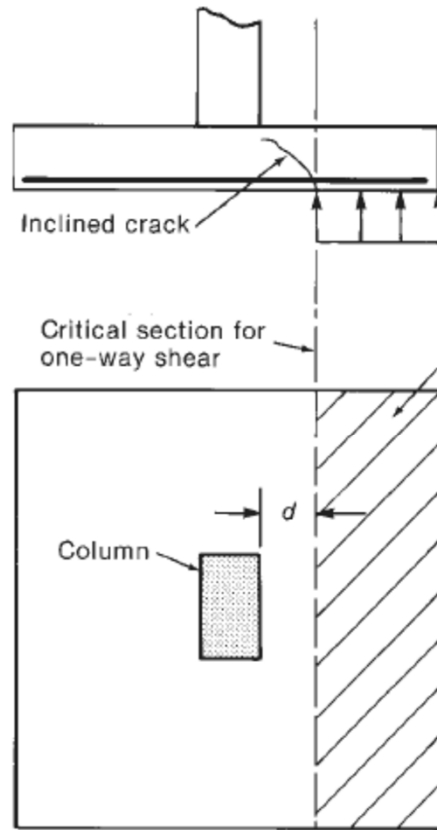
(a) Footing under load.



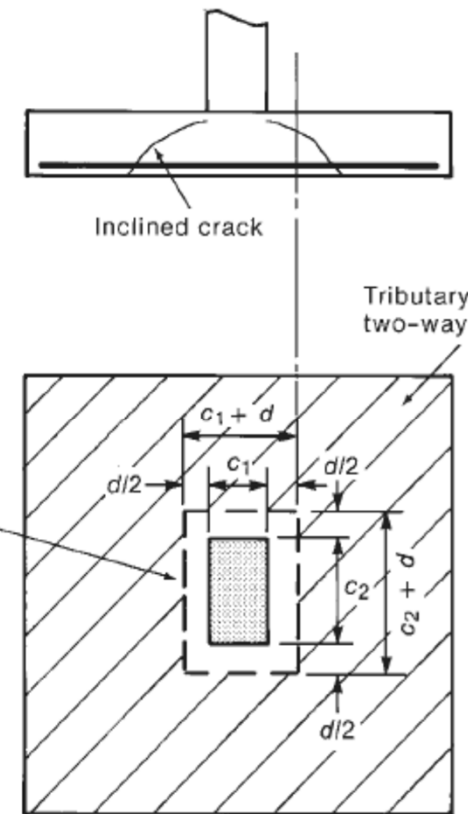
(b) Tributary area for moment at section A-A.



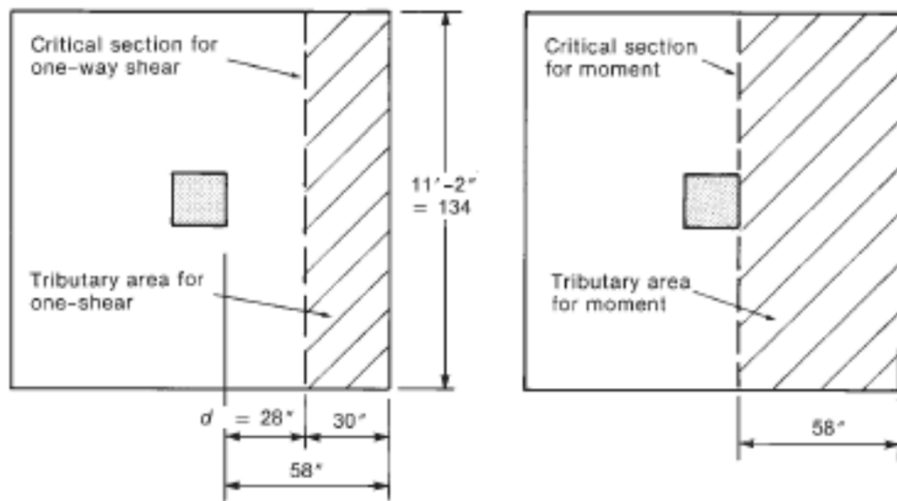
(c) Moment about section A-A.



(a) One-way shear.

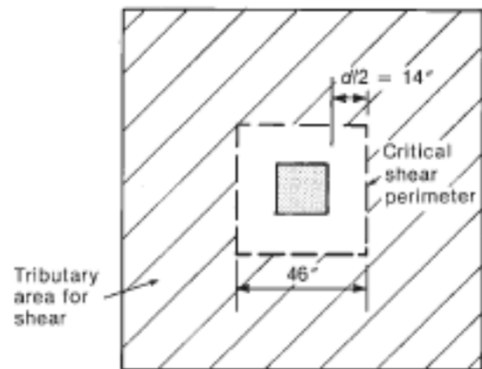


(b) Two-way shear.

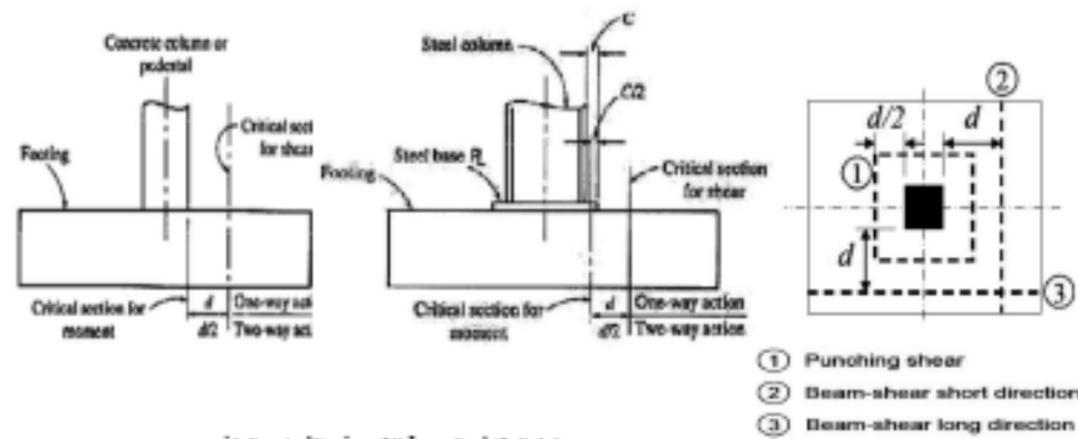


(c) Critical section for one-way shear.

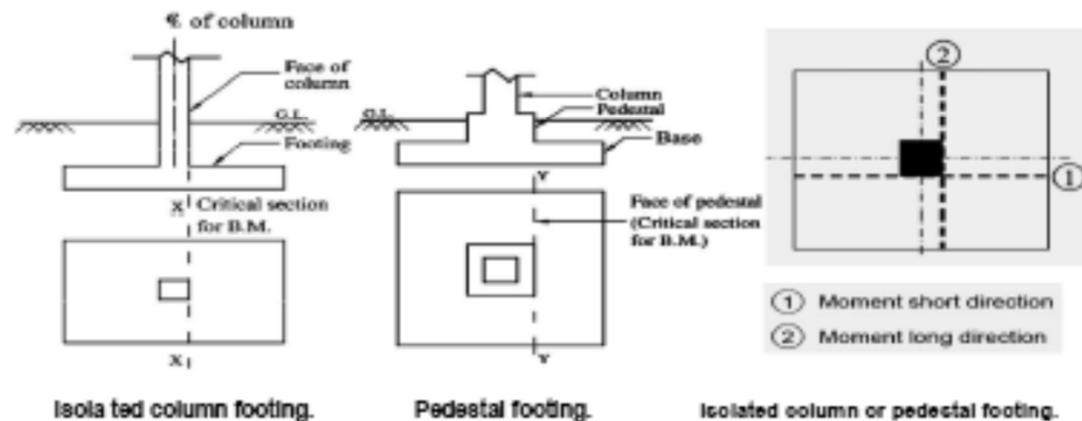
(d) Critical section for moment.



(b) Critical section for two-way shear—Final trial.



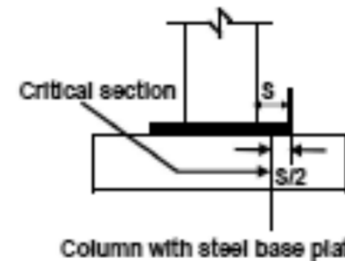
(a) المقاطع الحرجة للقص في الأساس المنفرد



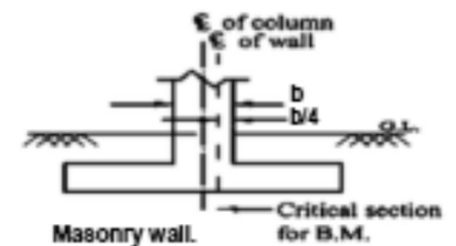
Isolated column footing.

Pedestal footing.

Isolated column or pedestal footing.



Column with steel base plate.



Masonry wall.

(b) المقاطع الحرجة للقص في الأساس المنفرد

خطوات تصميم أساس منفرد وفق الكود الأمريكي ACI 318-14

- نغرض سماكة للأساس t .
- نحسب قدرة التحمل المسموحة الصافية $q_{all(net)}$ للتربة من قدرات التحمل وفق الأحمال التالية: $DL, (DL+LL), (DL+LL+WL)$ كما يلي:

$$q_{all(net)DL} = q_{all(DL)} - t_f * \gamma_{conc.} - (D_f - t_f) * \gamma_{soil} \quad A_f = \frac{DL}{q_{all(net)DL}}$$
$$q_{all(net)DL+LL} = q_{all(DL+LL)} - t_f * \gamma_{conc.} - (D_f - t_f) * \gamma_{soil} \quad A_f = \frac{DL + LL}{q_{all(net)DL+LL}}$$
$$q_{all(net)DL+LL+WL} = q_{all(DL+LL+WL)} - t_f * \gamma_{conc.} - (D_f - t_f) * \gamma_{soil} \quad A_f = \frac{DL + LL + WL}{q_{all(net)DL+LL+WL}}$$

- من ثم من أجل أساس مربع نحصل على عرض الأساس من:

$$B = \sqrt{A_{f(control)}}$$

نصعد الحمولات وحسب الحمولات الحدية المسيطرة نحسب ضغط التربة الحدي كما يلي:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{ult} = 1.4DL \\ P_{ult} = 1.2DL + 1.6LL \\ P_{ult} = 1.2DL + 1.6WL + 1LL \\ P_{ult} = 0.9DL + 1.6WL \\ P_{ult} = 1.2DL + 1EL + 1LL \\ P_{ult} = 0.9DL + 1EL \end{array} \right\} \dots\dots\dots (ACI318-14 Section 9.2)$$
$$q_{ult} = \frac{P_{ult(control)}}{A_f}$$

نتحقق على (a) قدرة التحمل (عامل الأمان $S.F. \geq 3$) (b) الهبوط ($S \leq S_{allowable}$)

القص ثنائي الاتجاه (الثقب)

التحقق من سماكة الأساس:

محيط القص الحرج للأغراض التصميمية حدد بأنه يبعد $d/2$ من وجه العمود كما يبين الشكل يجب أن تتحقق المتراحة التالية:

$$V_u \leq \phi * (V_c + V_s)$$

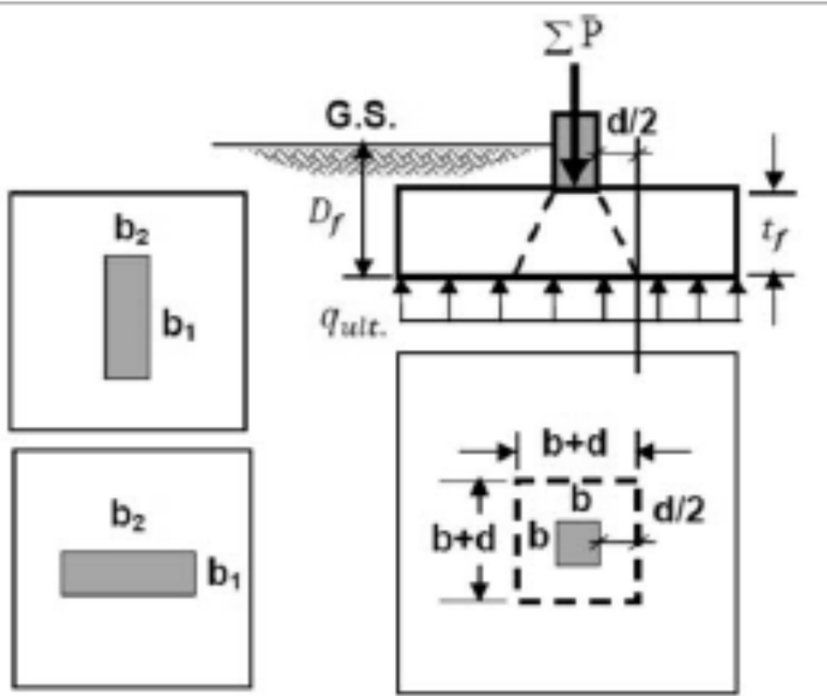
ونحسب v_u من العلاقة:

$$v_u = \frac{q_{ult} * [A_f - (b+d)^2]}{b_0 * d}$$

حيث أن b_0 يحسب كما يلي من الشكل :

$$b_0 = 2 * (b_1 + d) + 2 * (b_2 + d)$$

حيث b_1, b_2 أبعاد العمود و d الارتفاع الفعال في الاتجاهين. وللأساسات تكون قيمة قوة القص كما يلي:



ومن ثم نختار قيمة القوة V_c بأنها الأصغر من القيم التالية:

$$V_c = 0.17 * \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) * \lambda * \phi * \sqrt{f'_c} * b_0 * d \quad (15-13)(ACI 318M-11)$$

حيث β هي النسبة بين البعد الطويل إلى البعد القصير للعمود (b_2/b_1) و b_0 محيط المقطع الحرج

$$V_c = 0.33 * \phi * \lambda * \sqrt{f'_c} * b_0 * d \quad (15-13)(ACI 318M-11)$$

حيث α_s تساوي 40 للعمود الداخلي ، 30 للعمود الطرفي، 20 للعمود الركني (الزاوي).

$$V_c = 0.083 * \left(\frac{\alpha_s * d}{b_0} + 2\right) * \lambda * \phi * \sqrt{f'_c} * b_0 * d \quad (15-14)(ACI 318M-11)$$

القص أحادي الاتجاه

نتحقق من القص على بعد d من وجه العمود:
حيث يجب أيضا أن تتحقق المتراجحة:

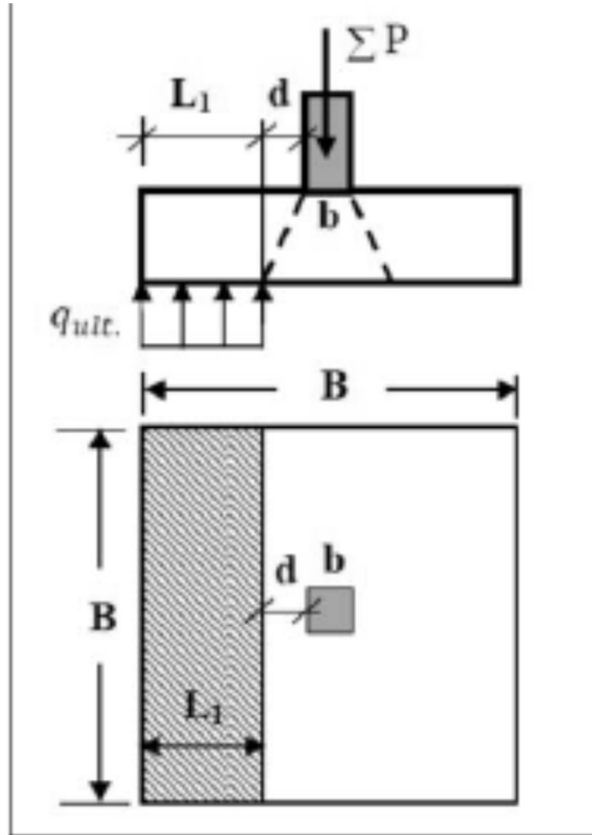
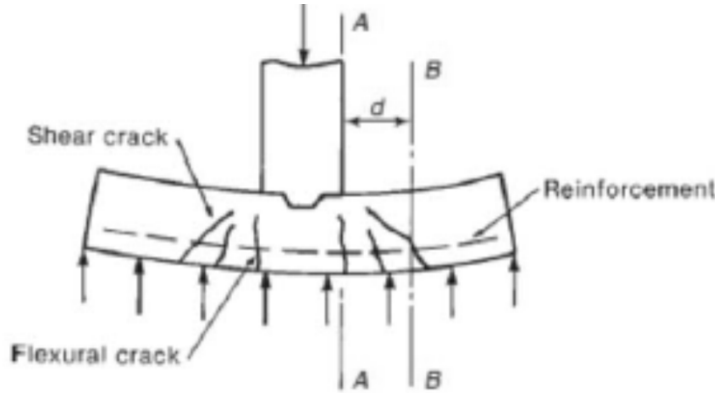
$$V_u \leq \phi * (V_c + V_s)$$

وكما ذكرنا لا نحسب قيمة V_s في الأساسات وقيمة V_c نحسبها من العلاقة التالية:

$$\phi V_c = 0.17 * \phi * \lambda * \sqrt{f'_c} * b_w * d$$

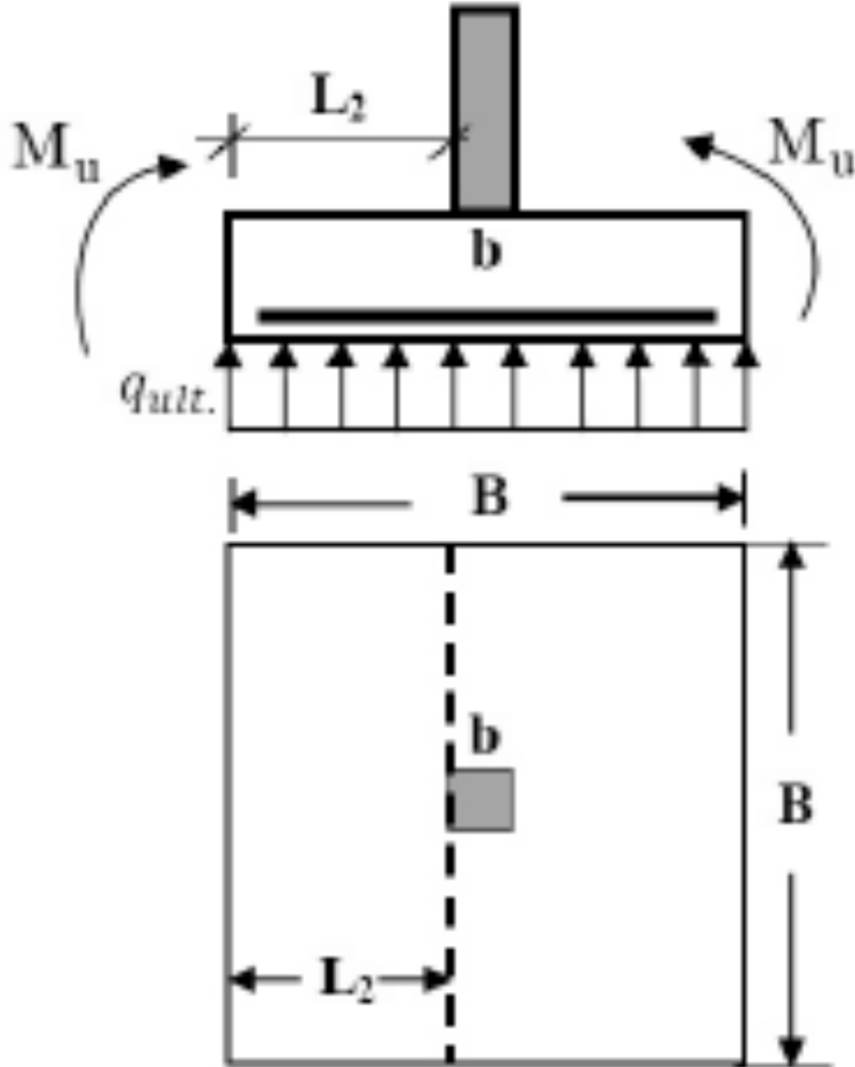
أما V_u نحسبها من العلاقة التالية وفق أبعاد المقطع المبين

$$v_u = \frac{q_{ult} * L_1 * B}{b_0 * d} = \frac{q_{ult} * L_1}{d}$$



5- حساب التسليح المطلوب:

سيتم حساب العزم عند وجه العمود



$$M_u = \frac{q_{ult.} * L_2^2 * B}{2} \quad \& \quad L_2 = \frac{B - b}{2}$$
$$A_s = \frac{M_u}{\phi * f_y * 0.9 * d} \quad A_{s \text{ (min.)}} = \rho_{\text{min.}} * b * d$$

$$A_{s \text{ min. (Temp. \& shrinkage)}} = 0.0020 * b * t \dots \dots \dots \text{for } f_y < 420 \text{ MPa}$$
$$= 0.0018 * b * t \dots \dots \dots \text{for } f_y = 420 \text{ MPa}$$
$$= \frac{0.0018 * 420}{f_y} * b * t \dots \dots \dots \text{for } f_y > 420 \text{ MPa}$$

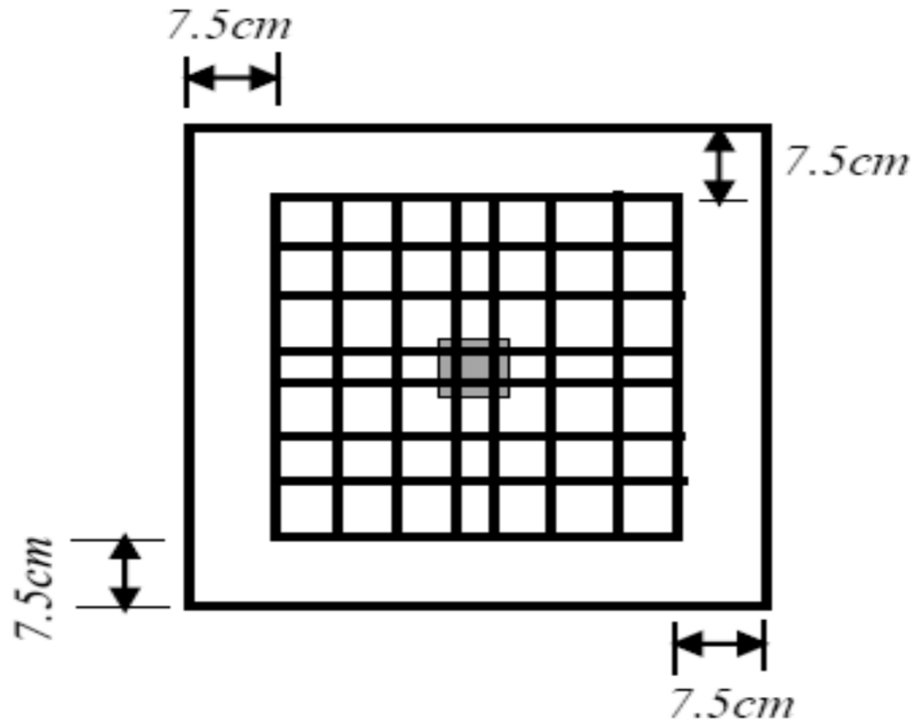
نقارن A_s مع $A_{s \text{ min}}$ ونختار القيمة الأكبر للتصميم
(في حل المسائل سوف نحدد قيمة $A_{s \text{ min}}$ بحيث
 $f_y = 420 \text{ MPa}$ للسهولة)

$$N = \frac{A_{s \text{ total}}}{\text{Area of bar}}$$

5- توزيع التسليح والتباعد بين القضبان:
نرمز لعدد القضبان N ونحسبه من العلاقة التالية:

أما التباعد S نحسبه من العلاقة التالية:

$$S(c/c) = \frac{B - 15}{N - 1}$$



حيث 15 هي للتغطية (3in. +3in.)

8 . التحقق من التماس بين العمود والأساس

التحمل الأعظمي عند سطح الأساس

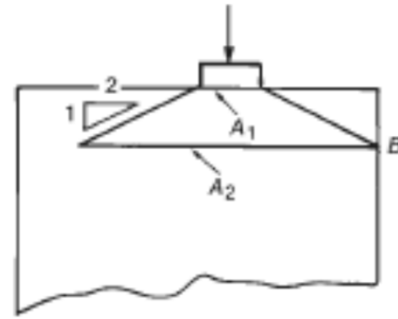
$$B_{(max)} = 0.85 * \phi * f'_c * A_1 * \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 1.7 * \phi * f'_c * A_1$$

التحمل المسموح عند قاعدة العمود

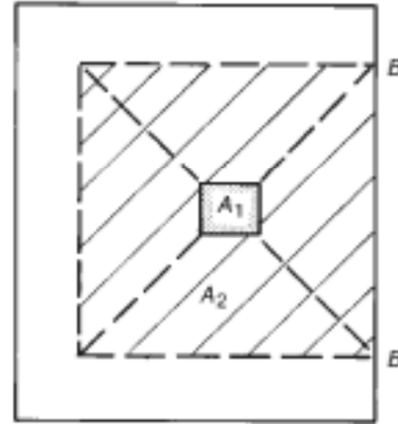
$$B_{(allowable)} = 0.85 * \phi * f'_c * A_1$$

حيث A_1 مساحة التماس بين العمود والأساس

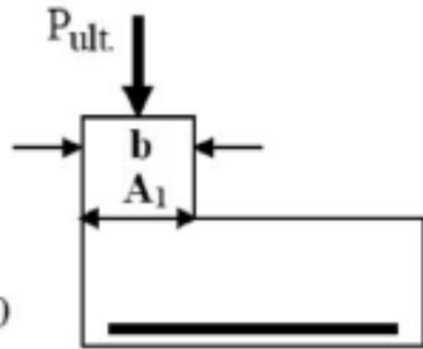
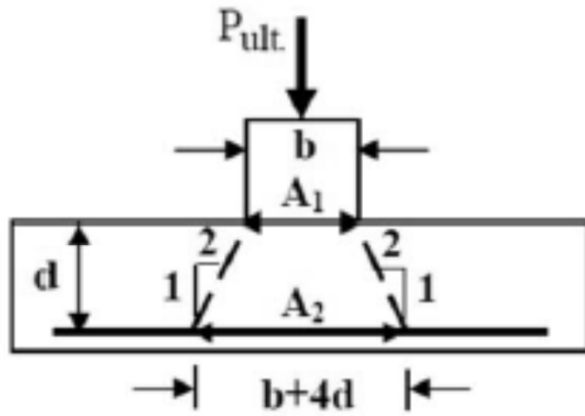
A_2 مساحة الاختراق $(b+4d)^2$ كما يبين الشكل



(a) Side view.



(b) Plan.



$$\sqrt{A_2 / A_1} \approx 1.0$$

• نحتاج إلى تسليح حسابي Dowels ويحسب من العلاقة:

$$A_{s(dowels)} = \frac{P_{factored} - B_{(allowable)}}{\phi * f_y} \geq 0.005 * A_g$$

حيث A_g مساحة مقطع العمود

نختار أربعة قضبان في كل زاوية من العمود قضيب بحيث تمتد ضمن الأساس مسافة مساوية طول الترابط في منطقة الضغط compression-development length وهناك قيم مبين في الجدول A-7 حسب قطر القضيب ومقاومته. ومن ثم يتم عكف القضيب بمسافة لاتقل عن l_{dh} مبينة في الجدول A-8.

TABLE A-7M Basic Compression Development Length, ℓ_{dc} (mm)^a

$$\ell_{dc} = \ell_{dc} \times (\text{Factors in ACI Code Section 12.3.3})$$

Bar No.	f'_c (MPa)				
	20	25	30	35	40
$f_y = 420$ (MPa)					
10	235	210	192	177	168
13	305	273	249	231	216
16	376	336	307	284	266
19	446	399	364	337	315
22	517	462	422	390	365
25	587	525	479	444	415
29	681	609	556	515	481
32	751	672	613	568	531
36	845	756	690	639	598
43	1010	903	824	763	714
57	1338	1197	1093	1012	946
$f_y = 300$ (MPa)					
10	200	200	200	200	200
15	252	225	205	200	200
20	335	300	274	254	240

^aLengths may be reduced if excess reinforcement is anchored or if the splice is enclosed in a spiral. See ACI Code Section 12.3.3. Reduced length shall not be less than 200 mm.

$$\ell_{dc} = \left(\frac{0.24 * f_y}{\lambda * \sqrt{f'_c}} \right) * d_b$$

$$\ell_{dc} = 0.043 f_y * d_b$$

أيهما أكبر

TABLE A-8M Basic Development Lengths for Hooked Bars, ℓ_{dh} (mm)

$$\ell_{dh} = \ell_{dh} \times (\text{Factors in ACI Code Section 12.5.3})^a$$

Normal-weight concrete, $f_y = 400$ MPa
Standard 90° or 180° hooks

Bar No.	f'_c (MPa)				
	20	25	30	35	40
10	224	200	183	169	158
13	291	260	237	220	206
16	358	320	292	270	253
19	425	380	347	321	300
22	492	440	402	372	348
25	559	500	456	423	395
29	648	580	529	490	459
32	716	640	584	541	506
36	805	720	657	609	569
43	962	860	785	727	680
57	1275	1140	1041	963	901

TABLE A-13 Lap-Splice Lengths for Grade-60 Bars in Columns (in.)

f'_c (psi)	Bar No.						
	5	6	7	8	9	10	11
Compression lap splices							
Lap splice length = (length from table) \times (factors in note ^a)							
<3000	26	31	35	40	46	51	56
\geq 3000	19	23	26	30	34	38	42
Tension lap splices							
Lap splice length = (length from table) $\times \psi_c/\lambda$ (note ^b)							
Class A tension lap splice: half or fewer of the bars spliced at any location and $0 \leq f_s \leq 0.5f_y$ in tension (ACI Code Section 12.17.2.2)							
3000	27.4	32.9	48.0	54.8	61.8	69.6	77.3
4000	23.7	28.4	41.5	47.4	53.5	60.2	66.8
5000	21.2	25.4	37.1	42.4	47.8	53.8	59.8
6000	19.4	23.3	33.9	38.7	43.7	49.1	54.6
Class B tension lap splices: more than half of the bars spliced at any section and/or f_s greater than $0.5f_y$ in tension (ACI Code Section 12.17.2.2)							
3000	35.6	42.7	62.3	71.2	80.4	90.5	100
4000	30.8	37.0	53.9	61.6	69.5	78.3	86.9
5000	27.5	33.0	48.2	55.1	62.1	70.0	77.7
6000	25.2	30.2	44.0	50.3	56.7	63.9	70.9

^aCompression lap splices may be multiplied by 0.83 or 0.75 if enclosed by ties or spirals satisfying ACI Code Sections 12.17.2.4 or 12.17.2.5.

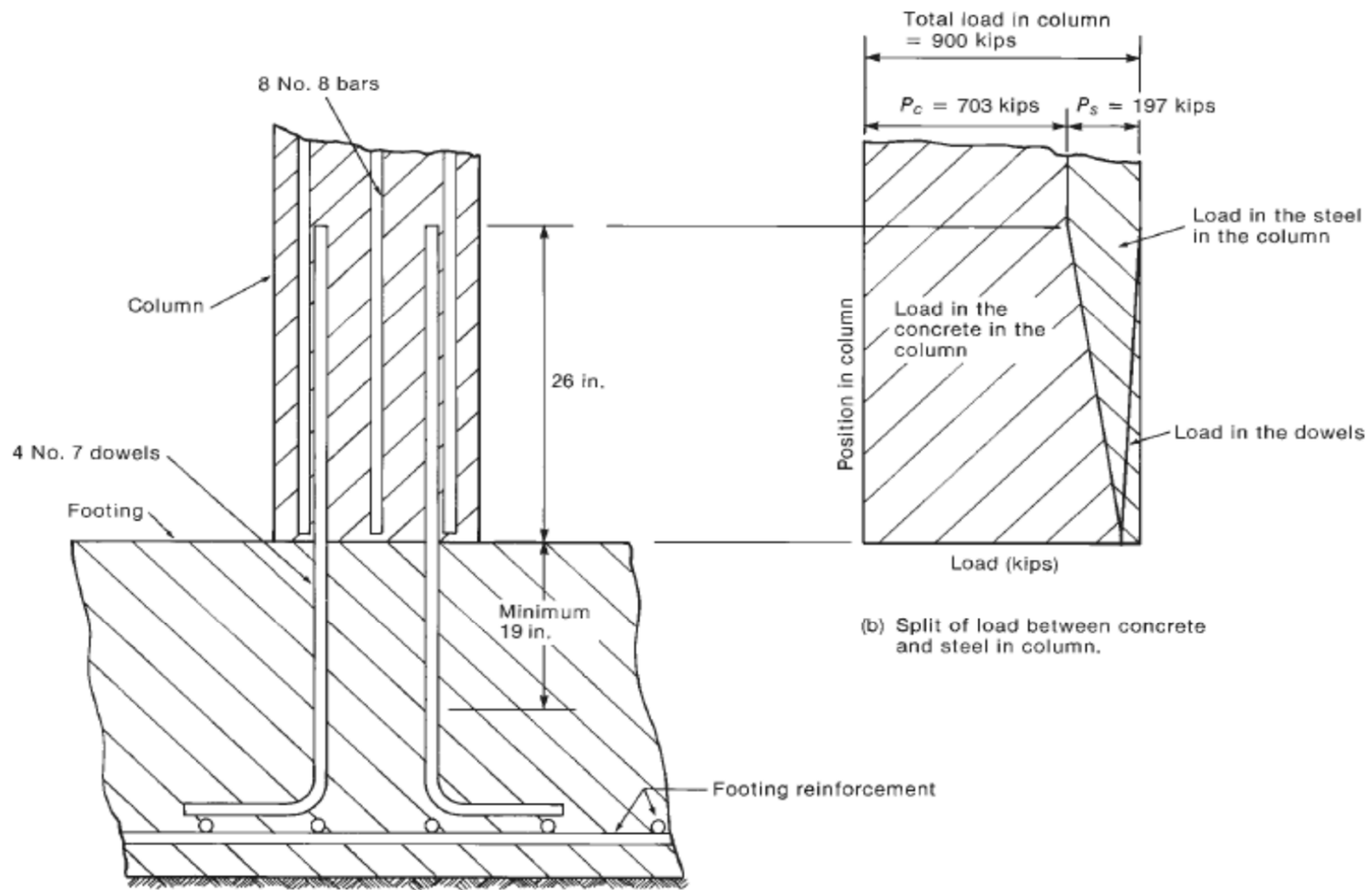
^b ψ_c = coating factor, λ = lightweight - concrete factor.

Dowels يجب أن تمتد ضمن العمود مسافة مساوية للأكبر بين القيمتين:

-طول التراكب في الضغط
compression splice (الجدول A-13)
dowels باعتبار قطر قضيب

أو

- compression development length من (الجدول A-7) باعتبار قطر قضيب تسليح العمود.



(a) Column-footing joint.

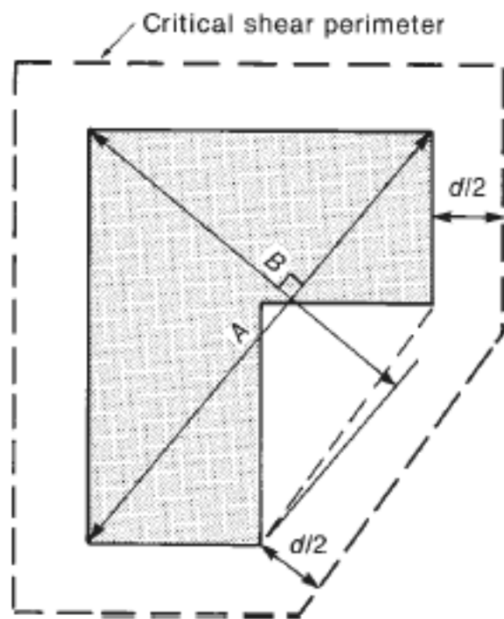
(b) Split of load between concrete and steel in column.

TABLE A-6M Basic Tension Development-Length Ratio, ℓ_d/d_b (mm/mm)

$$\ell_d = \frac{\ell_d}{d_b} \times \frac{\psi_c}{\lambda} \times d_b, \text{ but not less than } 300 \text{ mm}^a$$

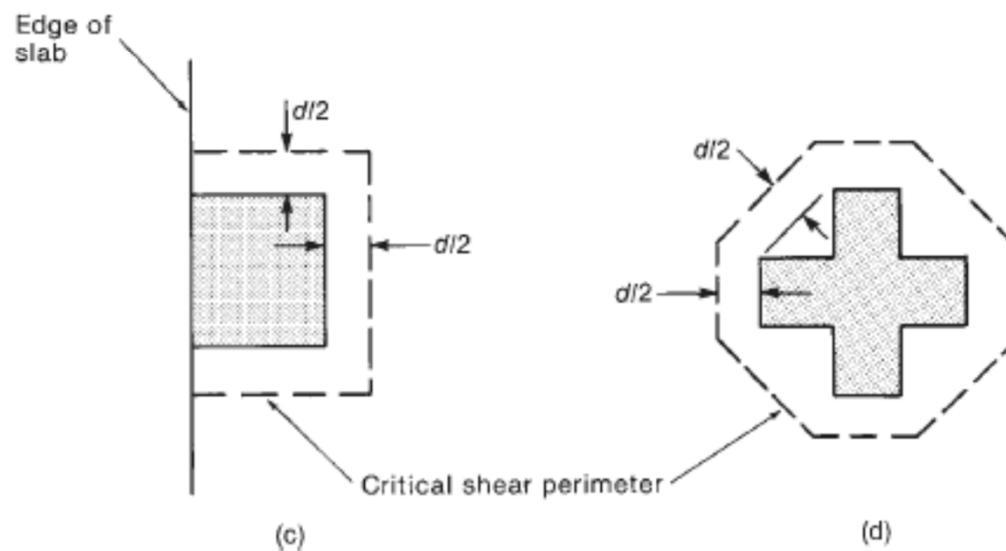
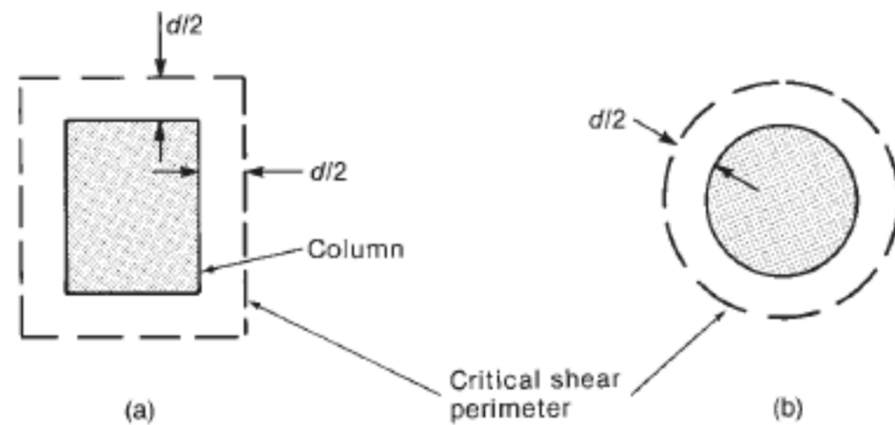
Bar No.	$f'_c = 20 \text{ MPa}$		$f'_c = 25 \text{ MPa}$		$f'_c = 30 \text{ MPa}$		$f'_c = 35 \text{ MPa}$		$f'_c = 40 \text{ MPa}$	
	Bottom Bar	Top Bar	Bottom Bar	Top Bar	Bottom Bar	Top Bar	Bottom Bar	Top Bar	Bottom Bar	Top Bar
<p>Case 1: Clear spacing of bars being developed or spliced not less than d_b, clear cover not less than d_b, and stirrups or ties not less than the ACI Code minimum, throughout ℓ_d</p> <p style="text-align: center;">or</p> <p>Case 2: Clear spacing of bars being developed or spliced not less than $2d_b$ and clear cover not less than d_b.</p>										
$f_y = 420 \text{ MPa}$, uncoated bars, normal-weight concrete										
10 to 19	44.7	58.1	40.0	52.0	36.5	47.5	33.8	43.9	31.6	41.1
22 to 57	55.2	71.8	49.4	64.2	45.1	58.6	41.8	54.3	39.1	50.8
$f_y = 300 \text{ MPa}$, uncoated bars, normal-weight concrete										
10 to 19	31.9	41.5	28.6	37.1	26.1	33.9	24.1	31.4	22.6	29.4
Other Cases										
$f_y = 420 \text{ MPa}$, uncoated bars, normal-weight concrete										
10 to 19	67.1	87.2	60.0	78.0	54.8	71.2	50.7	65.9	47.4	61.7
22 to 57	85.4	111	76.4	99.3	69.7	90.6	64.5	83.9	60.4	78.5
$f_y = 300 \text{ MPa}$, uncoated bars, normal-weight concrete										
10 to 19	47.9	62.3	42.9	55.7	39.1	50.9	36.2	47.1	33.9	44.0

^a ψ_c coating factor; λ , lightweight-concrete factor.



$$\beta = \frac{A}{B}$$

where A is perpendicular to B



أساس منفرد مع عزم

(1) إيجاد مساحة الأساس:

- نفرض عرض الأساس B وسماكة للأساس t.
- نحسب قدرة التحمل المسموحة الصافية $q_{all(net)}$ للتربة وفق الأحمال التالية:
(DL+LL+WL) كما يلي:

$$q_{all(net)DL+LL+WL} = q_{all(DL+LL+WL)} - t_f * \gamma_{conc.} - (D_f - t_f) * \gamma_{soil} \quad A_f = \frac{DL + LL + WL}{q_{all(net)DL+LL+WL}}$$

نوجد قيمة اللامركزية كما يلي: $e = \frac{M}{\sum P}$

حيث أن M هو العزم المقاس عند نعل الأساس $\sum P$ هي مجموع الحمولة الحية والميتة وأي حمولة شاقولية مطبقة

نفرض أن $e < \frac{L}{6}$ ونحسب قيمة q_{max} كما يلي: $q_{max} = \frac{\sum P}{B * L} * \left[1 + \frac{6 * e}{L} \right]$

نحقق المساواة التالية:

$q_{\max} = q_{\text{all}(\text{net})}$ ونوجد قيم L و B وفق الاعتبارات التالية:

للأساس المربع يكون $L=B$

للأساس المستطيل يكون $L/B < 2$

للأساس المستمر نغرض $L=1$ ونحدد B .

نحسب قيمة:

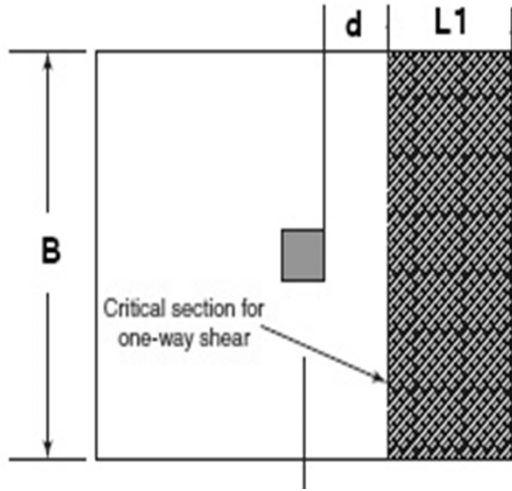
$$q_{\min}^{\max} = \frac{\sum P}{B * L} * \left[1 \pm \frac{6 * e}{L} \right]$$

ونتحقق أن $q_{\min} \geq 0$ و $q_{\max} \leq q_{\text{all}(\text{net})}$

- نعدد الحمولات كما مر معنا سابقا ونختار الحمولة المسيطرة.

نحدد سماكة الأساس:

في بداية المسألة افترضنا سماكة الأساس فمن الممكن أن نعتمدها ومن ثم نتحقق من صحة فرضيتنا بطريقة الصواب والخطأ، أو من الممكن أن نعتبر d مجهول ونوجددها من المساواة بين القوى المسببة للقص والقوى المقاومة للقص كل وفق حالته كما يلي:



• **التحقق من القص باتجاه واحد** على بعد d من وجه العمود:

• لتبسيط الحل نفترض أن رد فعل التربة الأعظمي q_{max}

هو على كامل طول المقطع الحرج المبين في الشكل

فتكون قيمة V_u :

$$V_u = q_{max.} * L_1 * B$$

ومن ثم نحدد قيمة V_c من العلاقة:

$$\phi * V_c = 0.17 * \phi * \lambda * \sqrt{f'_c} * b_w * d$$

• حيث $\Phi=0.75$

• نحقق المساواة $V_u = \Phi V_c$ ونوجد قيمة d . (فيما إذا كانت d مجهولة) وفي حال كانت قيمة d مفروضة من البداية، فعند تحقق المساواة تكون القيمة مقبولة وننتقل للتحقق من القص ثنائي الاتجاه.

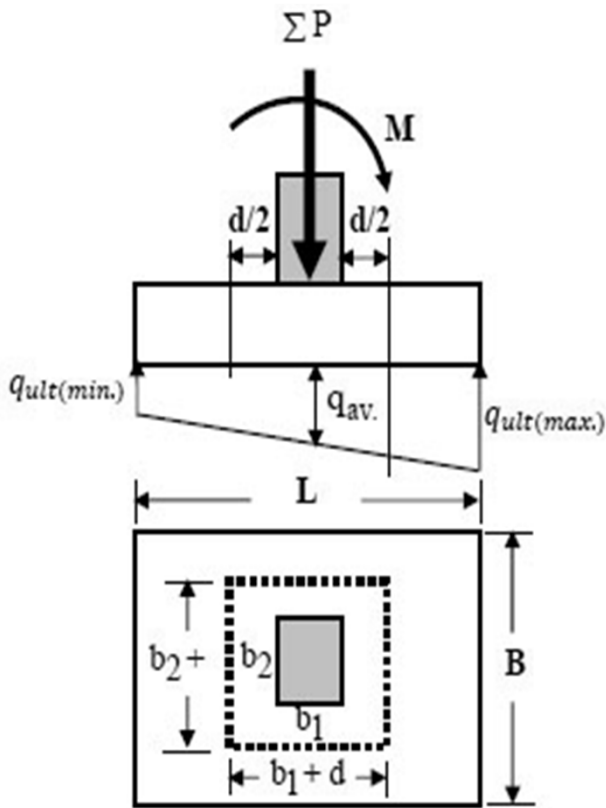
- التحقق من القص ثنائي الاتجاه (الثقب) على بعد $d/2$ من وجه العمود:
- نقوم بحساب متوسط الضغط المسموح على كامل عرض الأساس كما يبين الشكل أي نحسب:

$$q_{avg.} = \frac{q_{max} + q_{min}}{2}$$

ومن ثم نتابع كما مر معنا سابقا نحسب V_u

$$V_u = P_u - q_{av.} * [(b + d)^2]$$

ومن ثم نقارن مع القيمة الأصغر V_c بين القيم الثلاثة المبينة مسبقا وبناء عليه نحدد قيمة d .



نحدد التسليح المطلوب:

التسليح بالاتجاه الطويل:

نحسب العزوم على وجه العمود من اليمين

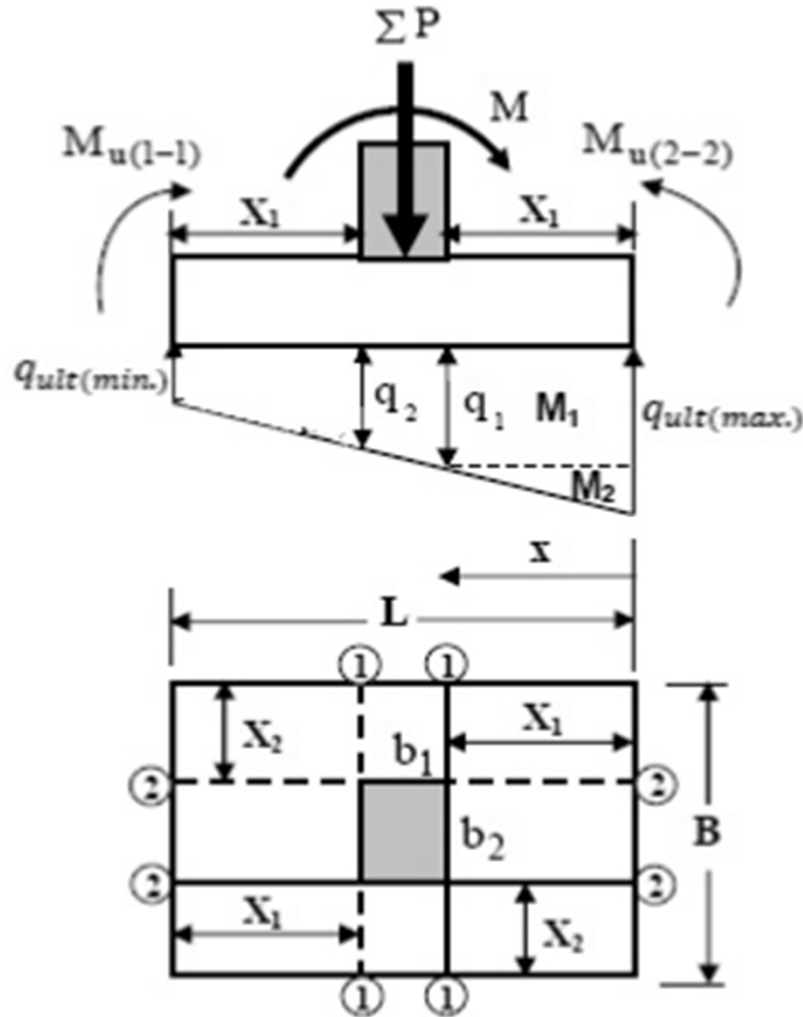
حيث تكون قيمته عظمى ونقسمه إلى قسمين:

$$M_1 = \frac{q_1 * X_1^2}{2} * B, \quad M_2 = \frac{(q_{\max} - q_1) * X_1 * \frac{2X_1}{3} * B}{3} \quad : M_2 \text{ و } M_1$$

$$X_1 = \frac{L - b_1}{2}$$

$$A_{s(1-1)} = \frac{M_{u(1-1)R}}{0.9 * f_y * \phi * d} \quad M_{u(1-1)R} = M_1 + M_2$$

ونقارن مع قيمة التسليح الأصغري



التسليح بالاتجاه القصير:

نفترض أن قيمة ضغط التربة الموزع أسفل الأساس هو متوسط الضغط الأعظمي والأصغري أي يساوي:

$$q_{avg} = \frac{q_{max} + q_{min}}{2}$$

ومنه نحسب قيمة العزم بهذا الاتجاه وهو $M_{u(2-2)}$:

$$M_{u(2-2)} = \frac{q_{av.} * X_2^2 * L}{2}$$

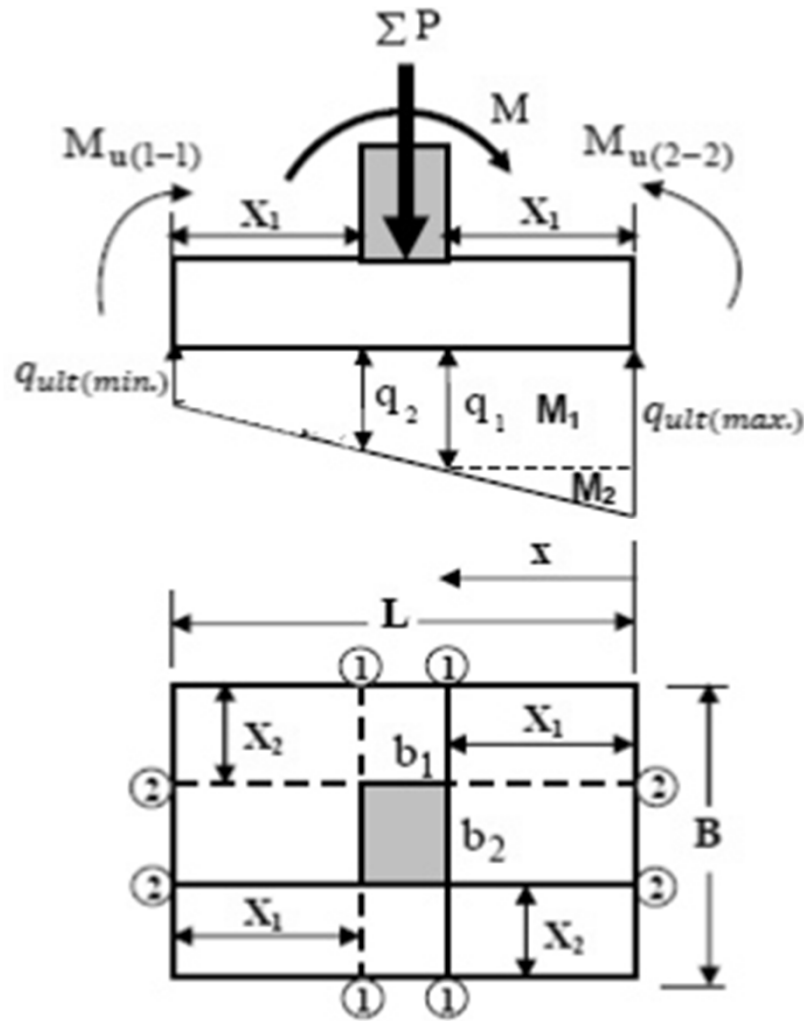
حيث:

$$X_2 = \frac{B - b_2}{2}$$

ومن ثم نحسب التسليح من العلاقة:

$$A_{s(2-2)} = \frac{M_{u(2-2)}}{0.9 * f_y * \phi * d}$$

ومن ثم نقارنها مع A_{smin} ونختار القيمة الأكبر



1) توزيع التسليح والتباعدات بين القضبان:

(A) للأساسات التي تعمل باتجاه واحد أو الأساسات المربعة التي تعمل باتجاهين يوزع التسليح بالتساوي على كامل البعد.

$$S(c/c) = \frac{B - 15}{N - 1}$$

أما التباعد فنحدده من العلاقة:

$$N = \frac{A_{s \text{ total}}}{\text{Area of bar}}$$

يحسب عدد القضبان كما يلي:

(B) للأساسات المستطيلة التي تعمل باتجاهين يوزع التسليح كمايلي:

التسليح بالاتجاه الطويل: يوزع على كامل العرض بالتساوي.

التسليح بالاتجاه القصير:

نحسب النسبة S% من العلاقة التالية:

$$S(\%) = \frac{2}{(L/B) + 1}$$

ومن ثم نأخذها من التسليح الكلي بهذا الاتجاه (الاتجاه القصير) ونوزعها ضمن المسافة B في منتصف الأساس (B/2 من يمين محور الأساس وB/2 من يساره) والباقي أي النسبة (100-S)% نقسمها بشكل متساوي ضمن المسافة المتبقية من كل طرف من الأساس.

$$\frac{L - B - 150 \text{ mm}}{2}$$

تأثير العزم المنقول على قوى القص

$$v_u = \frac{V_u}{b_0 * d} \pm \frac{\gamma_v * M_u * c}{J_c}$$

إن قوة القص الناتجة عن تأثير العزم تعطى بالعلاقة:

- b_0 محيط المقطع الحرج
- d الارتفاع الفعال للأساس
- J_c عزم العطالة القطبي لمقطع القص الحرج
- V_u قوة القص المصعدة المنقولة من العمود إلى الأساس
- M_u العزم المصعد المنقول عند التماس بين العمود والأساس
- c المسافة من مركز المقطع الحرج إلى طرف المقطع حيث يتم قياس قوة القص V_u
- γ_v النسبة من العزم المحولة إلى إجهاد قص على المقطع الحرج وتحسب من العلاقة:

$$\gamma_v = 1 - \gamma_f$$

حيث γ_f النسبة من العزم المحول من الانعطاف المباشر وحددها ACI من العلاقة التالية:

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} * \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}}$$

- حيث b_1 العرض الكلي للمقطع الحرج العمودي على محور العزم، b_2 العرض الكلي الموازي لمحور العزم. هذا يعني أنه عندما يكون المقطع الحرج مربعاً يكون $b_1 = b_2$ وبالتالي $\gamma_f = 0.6$ و $\gamma_v = 0.4$ أي هذا يعني أن 60% من العزم تحول إلى الأساس من تسليح الانعطاف و 40% من إجهاد القص اللامركزي.
- وتختلف قيمة العزم القطبي c لحسب موقع العمود ومحور العزم حيث لدينا الحالات التالية:

محور العزم مواز لطرف الأساس (المحور z-z)

العمود الطرفي:

محور العزم مواز لطرف الأساس (المحور z-z) الشكل 8-6:

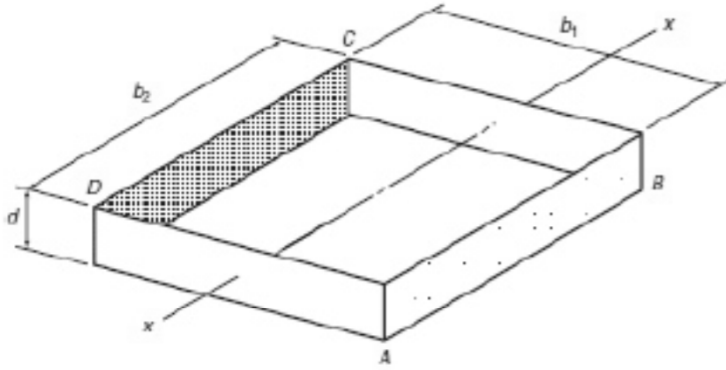
العزم القطبي:

$$J_c = 2 * \left[\frac{b_1 d^3}{12} + \frac{d b_1^3}{12} + (b_1 d) * \left(\frac{b_1}{2} - c_{AB} \right)^2 \right] + b_2 d c_{AB}^2$$

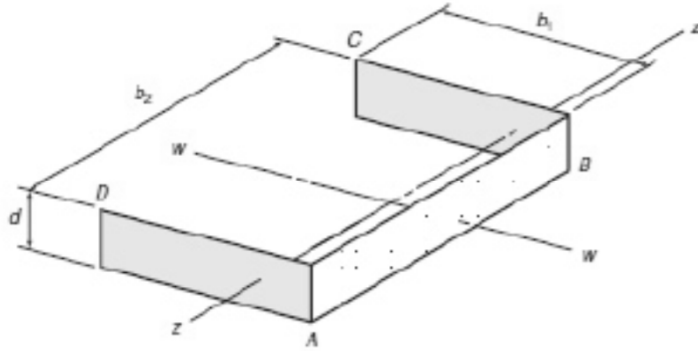
حيث c_{AB} يحسب من العلاقة:

$$c_{AB} = \frac{2 * (b_1 d) * b_1 / 2}{2(b_1 d) + b_2 d}$$

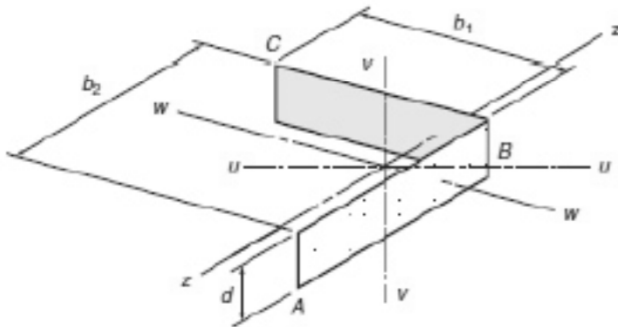
وهو عبارة عن مجموع عزم مساحة الجوانب حول AB $\sum A_i * y_i$ مقسوما على مساحة الجوانب $\sum A_i$



(a) المقطع المرح لعمود داخلي



(b) المقطع المرح لعمود طرفي



(c) المقطع المرح لعمود زواي (ركني)

محور العزم عمودي على طرف الأساس (المحور w-w)

العزم القطبي:

$$J_c = \left[\frac{b_2 d^3}{12} + \frac{d b_2^3}{12} \right] + 2(b_1 d) * c^2$$

حيث لدينا $CBC = CAD = c = b_2/2$

العمود الركني:

حيث يكون المقطع الحرج عبارة عن جانبيين فقط. فيكون موقع محور التقل z-z:

$$c_{AB} = \frac{(b_1 d) b_1 / 2}{b_1 d + b_2 d}$$

ويحسب العزم القطبي من العلاقة:

$$J_c = \left[\frac{b_1 d^3}{12} + \frac{d b_1^3}{12} + (b_1 d) * \left(\frac{b_1}{2} - c_{AB} \right)^2 \right] + b_2 d c_{AB}^2$$

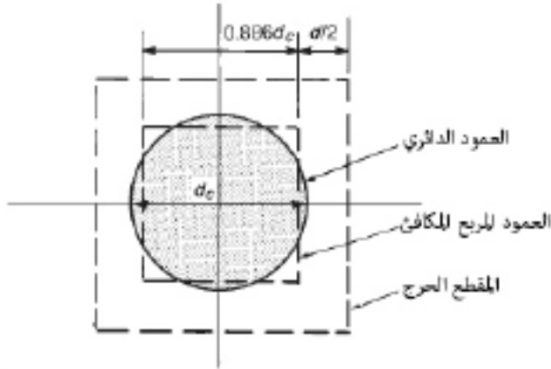
العمود الدائري:

يكون المقطع الحرج للعمود الدائري هو نفس المقطع الحرج للعمود ذو مقطع مربع مكافئ للعمود الدائري أي له

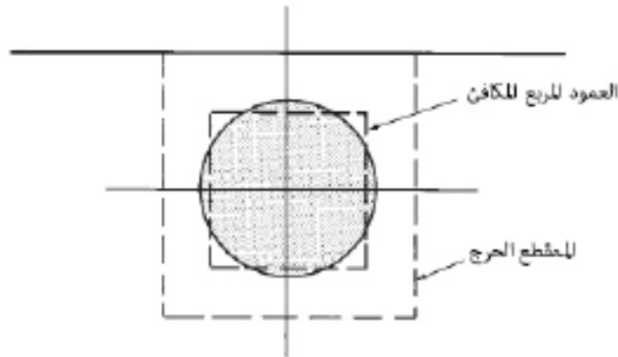
نفس مساحة المقطع ونفس مركز التقل. يكون عندها طول ضلع المربع المكافئ

$$c = \sqrt{\pi} * d_c / 2 = 0.886 d_c$$

حيث d_c قطر العمود كما هو موضح من الشكل 8-7



عمود داخلي (a)



عمود خارجي (b)

الشكل 8-7